
Abgabefrist: Freitag 13.11. um 12:00 Uhr.

Die Möglichkeit zur Online-Abgabe wird in eCampus in Ihrer Übungsgruppe bekanntgegeben.

Bitte verwenden Sie den folgenden Header für Ihrer Abgabe:

Analysis 1
Blatt ??
Ihr Name

Diese Angaben sollten also auch im Text auftauchen, da es häufig vergessen wird die Datei entsprechend zu benennen.

Aufgabe 1 (Multiplikation). Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

(a) Existenz der Eins:

$$(\forall n \in \mathbb{N}) 1 \cdot n = n. \quad (2 \text{ Pkt.})$$

(b) Multiplikation auf \mathbb{N} ist assoziativ:

$$(\forall n, m, p \in \mathbb{N}) (nm)p = n(mp). \quad (4 \text{ Pkt.})$$

(c) Multiplikation auf \mathbb{N} ist kommutativ:

$$(\forall n, m \in \mathbb{N}) nm = mn. \quad (4 \text{ Pkt.})$$

Hinweis: Sie dürfen das Skript (bis einschließlich §1.2) und Aufgabe 4 vom Übungsblatt 'Präsenzaufgaben 1' benutzen.

Aufgabe 2 (Ordnung). Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

(a) Es gilt die Kürzungsregel:

$$(\forall n, m, p \in \mathbb{N}) n \leq m \iff n + p \leq m + p. \quad (2 \text{ Pkt.})$$

(b)

$$(\forall n, m, p \in \mathbb{N}) n \leq m \implies np \leq mp. \quad (3 \text{ Pkt.})$$

Aufgabe 3 (Lemma 2.13: Verkettung/Komposition). Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

(a) Wenn $f : X \rightarrow Y$ und $g : Y \rightarrow Z$ Abbildungen sind, dann ist

$$(g \circ f) : X \rightarrow Z, \quad (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

auch eine Abbildung.

(5 Pkt.)

(b) Die Verkettung ist assoziativ: $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$.

(5 Pkt.)

Aufgabe 4 (Lemma 2.27). Seien $m, n \in \mathbb{N}$ mit $m \leq n + 1$. Dann gilt $m \leq n$ oder $m = n + 1$. (5 Pkt.)