Minisymposium 11 - Geometrische Analysis

Endlichkeit der Lösungsmenge des Plateauschen Problems bei polygonalen Randkurven

RUBEN JAKOB (ETH ZÜRICH)

Im Jahre 1978 formulierte Nitsche das folgende Problem:
Man beweise, dass ein einfaches, geschlossenes Polygon nur endlich viele Lösungen des Plateauschen Problems berandet. Der Autor konnte zunächst das folgende Teilresultat beweisen:

Theorem 1. *Ein einfaches geschlossenes extremes Polygon $\Gamma \subset \mathbb{R}^3$ kann nur endlich viele immergierte stabile Minimalflächen beranden.*

Anschließend konnte der Autor dieses Resultat verallgemeinern zu

Theorem 2. *Sei $\Gamma^* \subset \mathbb{R}^3$ ein beliebiges extremes einfaches geschlossenes Polygon, an dessen Ecken die Winkel von $\frac{\pi}{2}$ verschieden sind. Dann existiert eine Umgebung O von Γ^* in $\mathbb{R}^3$ und eine Zahl β, abhängig von Γ^*, so dass die Anzahl der immergierten stabilen Minimalflächen, welche von einem beliebigen einfachen geschlossenen Polygon innerhalb O berandet werden, durch β beschränkt ist.*

Hierbei heiße das Polygon Γ extrem, falls es auf dem Rand einer beschränkten, konvexen Teilmenge des $\mathbb{R}^3$ liege und nicht in einer Ebene enthalten ist. Desweiteren heiße eine Minimalfläche X (vom Typ der Kreisscheibe $B := B_1(0)$) strikt verzweigungspunktfrei, falls $\inf_B \mid DX \mid > 0$ erfüllt ist. Sie heiße zusätzlich stabil, falls die zweite Variation $\delta^2 \mathcal{A}(X, \varphi \xi) := \frac{d2}{d\epsilon^2} \mathcal{A}(X + \epsilon \varphi \xi) \mid_{\epsilon=0}$ des Flächeninhalts $\mathcal{A}$ von X in Normalenrichtung $\xi := \frac{X_u \wedge X_v}{|X_u \wedge X_v|}$ für kein $\varphi \in C_c^\infty(B)$ einen negativen Wert annimmt.